## 68. Метро

Схема метро состоит из *n* станций, расположенных *l* на  линиях. Каждая станция принадлежит одной или нескольким линиям (в этом случае на станции можно выполнить пересадку на любую из проходящих через неё линий). Каждая линия включает не менее двух станций и пересекается хотя бы с одной другой линией. Схема метро является связной.

Передвижение между двумя соседними станциями одной линии возможно в обоих направлениях и занимает 2 минуты. Пересадка с одной линии на другую в пределах одной станции занимает 1 минуту. Другими затратами времени можно пренебречь.

Определите минимальное время, необходимое менеджеру фирмы «Диез-продукт», чтобы добраться от станции *a* до здания офиса компании, расположенного рядом со станцией *b*.

**Вход.** В первой строке заданы два натуральных числа *n* и *l* (1 ≤ *l* ≤ 10). В следующих *l* строках указаны последовательные номера станций каждой из линий метро. В последней строке заданы номера и линии начальной и конечной станций. Все числа натуральные и не превышают 70.

**Выход.** Выведите минимальное время движения между указанными станциями.

|  |  |
| --- | --- |
| **Пример входа** | **Пример выхода** |
| 7 32 1 36 1 4 55 72 1 7 3 | 10 |

**РЕШЕНИЕ**

**графы – алгоритм Дейкстры**

**Анализ алгоритма**

Кратчайшее расстояние от источника до вершины *v*, принадлежащей линии *l*, храним в dist[*v*][*l*], где 1 ≤ *v* ≤ 70, 1 ≤ *l* ≤ 10. Граф храним в виде списков смежности. Вместе с направлением и стоимостью ребра храним номер линии метро, которой принадежит вершина куда направлено ребро.

Стартуем со станции *s*, находящейся на линии *line*1. Ответ на задачу – минимальная стоимость, за которую можно добраться до вершины *f* на линии *line*2. При движении между вершинами следует совершить проверку: если вершины принадлежат разным линиям, то следует добавить 1 (совершить пересадку).

При помощи алгоритма Дейкстры находим кратчайшее расстояния из сосотяния (*s*, *line*1) в (*f*, *line*2).

**Пример**

В приведенном примере необходимо найти кратчайший маршрут от станции 2 на линии 1 до станции 7 на линии 3.



* Идём по линии 1 от станции 2 к станции 1: 2 минуты.
* Совершаем пересадку на станции 1 с линии 1 на линию 2: 1 минута.
* Идём по линии 2 от станции 1 к станции 5: 4 минуты.
* Совершаем пересадку на станции 5 с линии 2 на линию 3: 1 минута.
* Идём по линии 3 от станции 5 к станции 7: 2 минуты.

Итого весь путь займет 10 минут.

**Реализация алгоритма**

Количество вершин в графе не более MAX = 71. Количество линий не более LINES = 11.

#define MAX 71

#define LINES 11

Кратчайшее расстояние от источника до вершины *v*, принадлежащей линии *l*, храним в dist[*v*][*l*]. Объявим массив кратчайших расстояний.

int dist[MAX][LINES];

Структура node содержит информацию о ребре:

* *to* – направление ребра;
* *cost* – стоимость ребра;
* *line* – какой линии метро ребро принадлежит;

struct node

{

 int to, cost, line;

 node(int to, int cost, int line) : to(to), cost(cost), line(line) {}

};

Структура node также будет использоваться в очереди с приоритетами, где

* *to* – текущая вершина;
* *cost* – минимальная стоимость проезда до вершины *to* (на линии *line*);
* *line* – номер линии метро, на которой находится вершина *to*;

В очереди с приоритетами вершины сортируются по возрастанию стоимости проезда.

bool operator< (node a, node b)

{

 return a.cost > b.cost;

}

Список смежности вершин графа.

vector<vector<node> > g;

Основная часть программы. Читаем входные данные.

scanf("%d %d", &n, &l);

g.resize(n + 1);

Читаем *i*-ую линию метро. Время движения между соседними станциями *u* и *v* равно 2.

for (i = 1; i <= l; i++)

{

Читаем станцию *u* – первую станцию *i*-ой линии метро. За станцией *u* идет станция *v*.

 scanf("%d ", &u);

 while (scanf("%d%c", &v, &ch))

 {

Движение возможно в обоих направлениях. Стоимость ребра равна 2.

 g[u].push\_back(node(v, 2, i));

 g[v].push\_back(node(u, 2, i));

 u = v;

Как только доходим до конца строки – заканчиваем читать данные очередной линии метро.

 if (ch == '\n') break;

 }

}

Инициализируем массив кратчайших расстояний.

 for (i = 1; i <= n; i++)

 for (j = 1; j <= l; j++)

 dist[i][j] = 2000000000;

Читаем информацию о начальной и конечной станции. Для каждой станции задается линия, которой она принадлежит.

 scanf("%d %d %d %d", &s, &line1, &f, &line2);

Стартуем со станции *s*, находящейся на линии *line*1.

 dist[s][line1] = 0;

 priority\_queue<node, vector<node> > pq;

Заносим в очередь структуру node, содержащую начальную вершину *s* на линии *line*1. Стоимость попадания в начальную вершину равна 0.

pq.push(node(s, 0, line1)); // (v, cost, line)

while (!pq.empty())

{

Извлекаем из очереди вершину *v* с наименьшей стоимостью.

 int cost = pq.top().cost;

 int v = pq.top().to;

 int l1 = pq.top().line;

 pq.pop(); // dist[v][l1] = cost

Перебираем вершины, связанные с *v*.

 for (i = 0; i < g[v].size(); i++)

 {

Имеется ребро *v* – *to* стоимостью *w*, принадлежащее линии *l*2.

 int to = g[v][i].to;

 int w = g[v][i].cost;

 int l2 = g[v][i].line;

Если двигаться в *to* по ребру *v* – *to*, то стоимость составит *cost* + *w*.

 int tot\_cost = cost + w;

Если линии у вершин *v* и *to* разные, то следует совершить пересадку с линии *l*1 на линию *l*2.

 if (l1 != l2) tot\_cost += 1;

Если движение по ребру *v* – *to* дает лучший результат, то улучшаем значение dist[*to*][*l*2] и заносим вершину *to* в очередь (стоимость попадания в нее составляет *tot\_cost* и она находится на линии *l*2).

 if (tot\_cost < dist[to][l2])

 {

 dist[to][l2] = tot\_cost;

 pq.push(node(to, tot\_cost, l2));

 }

 }

}

Вывод ответа – стоимости добраться до вершины *f* на линии *line*2.

printf("%d\n", dist[f][line2]);