10203. Арктическая сеть

Министерство национальной обороны (МНО) планирует соединить несколько северных форпостов в единую беспроводную сеть. Для построения сети должны использоваться две различные технологии связи: каждая застава будет оснащена радиоприёмником, а некоторые из них дополнительно получат спутниковый канал.

Любые два аванпоста, имеющие спутниковый канал, могут связываться между собой через спутник, независимо от расстояния между ними. В противном случае два аванпоста могут обмениваться данными по радио только в том случае, если расстояние между ними не превышает *d*, зависящее от мощности трансиверов. Чем выше мощность, тем больше значение *d*, однако стоимость оборудования при этом также возрастает. По экономическим и эксплуатационным соображениям все трансиверы должны быть одинаковыми, то есть значение *d* должно быть одинаковым для всех пар форпостов.

Определите минимальное значение *d*, при котором обеспечивается связь между любыми двумя аванпостами – напрямую или через другие заставы (по цепочке соединений).

**Вход.** Первая строка содержит количество тестов *n*. В первой строке каждого теста указаны количество спутниковых каналов *s* (1 ≤ *s* ≤ 100) и количество аванпостов *p* (*s* < *p* ≤ 500). Далее следуют *p* строк, каждая из которых содержит координаты (*x*, *y*) соответствующей заставы в километрах (целые числа от 0 до 10000).

**Выход.** Для каждого теста выведите минимальное значение *d*, необходимое для соединения всех аванпостов в сеть. Результат следует вывести с точностью до двух десятичных знаков.

|  |  |
| --- | --- |
| **Пример входа** | **Пример выхода** |
| 12 41 03 06 07 2 | 2.24 |

## РЕШЕНИЕ

**графы – алгоритм Прима**

# Анализ алгоритма

Запустим алгоритм Прима. Построим массив dist, в котором dist[*i*] хранит длину кратчайшего ребра из минимального остова, входящего в вершину *i*. То есть как раз из этих ребер и состоит минимальный остов. При этом dist[0] = 0, так как стартуем алгоритм из вершины 0.

По окончанию алгоритма Прима отсортируем массив dist. Спутниковыми каналами следует соединить наиболее отдаленные аванпосты. Их следует разместить в тех *s* аванпостах, которые соединяют самые длинные ребра из dist (*s* – 1 ребро соединяет *s* аванпостов). Следовательно искомым значением *d* будет длина ребра, являющегося *s*-ым с конца dist.

**Пример**

Рассмотрим пример, приведенный в условии.



Два спутниковых канала ставим в точках (3; 0) и (6; 0). Таким образом заставы в этих координатах связываются через спутник. Среди оставшихся ребер минимального остовного дерева ищем наибольшее. Таким будет ребро, соединяющее точки (6; 0) и (7; 2), его длина равна 2.24.

**Реализация алгоритма**

Объявим глобальные массивы. Координаты застав храним в (x[*i*], y[*i*]). Значение used[*i*] = 1, если вершина *i* включена в остов.

#define MAX 501

#define INF 0x3F3F3F3F

int x[MAX], y[MAX];

int used[MAX], dist[MAX];

Функция ***dist2*** вычисляет квадрат расстояния между заставами *i* и *j*.

int dist2(int i, int j)

{

 return (x[j] - x[i])\*(x[j] - x[i]) + (y[j] - y[i])\*(y[j] - y[i]);

}

Функция ***Prim*** реализует алгоритм Прима.

void Prim(void)

{

Инициализируем массивы.

 memset(dist, 0x3F, sizeof(dist));

 memset(used, 0, sizeof(used));

Начинаем строить минимальный остов с вершины 0. Инициализируем dist[0] = 0, used[0] = 1.

 int i, j, cur = 0;

 dist[cur] = 0;

 used[cur] = 1;

Совершаем *n* – 1 итерацию. На каждой итерации в остов добавляем одну вершину (так что в остов еще следует добавить *n* – 1 вершин).

 for (i = 1; i < n; i++)

 {

Текущей вершиной является *cur*. Перебираем ребра (*cur*, *j*) и пересчитываем значение dist[*j*]. Таким образом dist[*j*] хранит текущее кратчайшее расстояние от вершины *j* до текущего минимального остова.

 for (j = 0; j < n; j++)

 if (!used[j] && (dist2(cur, j) < dist[j]))

 dist[j] = dist2(cur, j);

Ищем ребро наименьшей длины, которое будет включено в остов. Для этого ищем такое наименьшее dist[*j*], что вершина *j* еще не принадлежит остову (used[*j*] = 0). Номер вершины с наименьшим dist[*j*] заносим в *cur* (она становится текущей).

 int min = INF;

 for (j = 0; j < n; j++)

 if (!used[j] && (dist[j] < min))

 {

 min = dist[j];

 cur = j;

 }

Вершина *cur* включается в остов.

 used[cur] = 1;

 }

}

Основная часть программы. Обрабатываем *tests* тестов.

scanf("%d", &tests);

while (tests--)

{

Читаем входные данные.

 scanf("%d %d", &s, &n);

 for (i = 0; i < n; i++)

 scanf("%d %d", &x[i], &y[i]);

Запускаем алгоритм Прима.

 Prim();

Сортируем массив dist.

 sort(dist, dist + n);

Выводим ответ.

 printf("%.2lf\n", sqrt(dist[n - s]));

}

**Java реализация**

**import** java.util.\*;

**public** **class** Main

{

 **static** **int** *n*;

 **static** **int** *x*[], *y*[];

 **static** **int** *used*[], *dist*[];

 **static** **int** dist2(**int** i, **int** j)

 {

 **return** (*x*[j] - *x*[i])\*(*x*[j] - *x*[i]) + (*y*[j] - *y*[i])\*(*y*[j] - *y*[i]);

 }

 **static** **void** Prim()

 {

 *dist* = **new** **int**[*n*];

 Arrays.*fill*(*dist*, Integer.***MAX\_VALUE***);

 *used* = **new** **int**[*n*];

 **int** i, j, cur = 0;

 *dist*[cur] = 0;

 *used*[cur] = 1;

 **for** (i = 1; i < *n*; i++)

 {

 **for** (j = 0; j < *n*; j++)

 **if** (*used*[j] == 0 && *dist2*(cur, j) < *dist*[j])

 *dist*[j] = *dist2*(cur, j);

 **int** min = Integer.***MAX\_VALUE***;

 **for** (j = 0; j < *n*; j++)

 **if** (*used*[j] == 0 && *dist*[j] < min)

 {

 min = *dist*[j];

 cur = j;

 }

 *used*[cur] = 1;

 }

 }

 **public** **static** **void** main(String[] args)

 {

 Scanner con = **new** Scanner(System.***in***);

 **int** tests = con.nextInt();

 **while** (tests-- > 0)

 {

 **int** s = con.nextInt();

 *n* = con.nextInt();

 *x* = **new** **int**[*n*];

 *y* = **new** **int**[*n*];

 **for** (**int** i = 0; i < *n*; i++)

 {

 *x*[i] = con.nextInt();

 *y*[i] = con.nextInt();

 }

 *Prim*();

 Arrays.*sort*(*dist*);

 System.***out***.println(Math.*sqrt*(*dist*[*n* - s]));

 }

 con.close();

 }

}