## 2269. Компоненты связности

Задан неориентированный невзвешенный граф. Найдите количество его компонент связности.

**Вход.** В первой строке задано число вершин *n* (*n* ≤ 100). Далее следуют *n* строк по *n* чисел – матрица смежности графа. В *i*-й строке на *j*-й позиции стоит 1, если вершины *i* и *j* соединены ребром, и 0 в противном случае. На главной диагонали матрицы стоят нули. Матрица симметрична относительно главной диагонали.

**Выход.** Выведите одно число – количество компонент связности данного графа.

|  |  |
| --- | --- |
| **Пример входа** | **Пример выхода** |
| 60 1 1 0 0 01 0 1 0 0 01 1 0 0 0 00 0 0 0 1 00 0 0 1 0 00 0 0 0 0 0 | 3 |

## РЕШЕНИЕ

**графы – компоненты связности**

**Анализ алгоритма**

Для нахождения количества компонент связности в графе можно использовать систему непересекающихся множеств (Union-Find).

Сначала каждая вершина помещается в собственное множество, и каждая из них является его представителем. Затем для каждого ребра (*u*, *v*) объединяются множества, содержащие вершины *u* и *v*. После обработки всех рёбер число компонент связности равно количеству множеств в системе.

Эту задачу можно решить и другим способом – с помощью поиска в глубину. В этом случае количество запусков процедуры ***dfs*** будет совпадать с числом компонент связности графа.

**Пример**

Приведенный в примере граф имеет следующий вид:



Изначально каждую вершину помещаем в отдельное множество, где она выступает представителем.



Затем для каждого ребра (*u*, *v*) объединяем множества, содержащие вершины *u* и *v*. После обработки всех рёбер две вершины будут принадлежать одной компоненте связности, если у них совпадает представитель.









Количество компонент связности совпадает с числом множеств в системе непересекающихся множеств. Это число определяется количеством представителей – тех вершин *v*, для которых выполняется условие parent[*v*] = *v*.

В приведённом примере представителями являются вершины 3, 5 и 6. Следовательно, граф содержит три компоненты связности.

**Реализация алгоритма**

MAX хранит максимальное количество вершин в графе. В массиве mas[*i*] записан номер вершины, на которую указывает вершина *i*.

#define MAX 102

int mas[MAX];

Функция ***Repr*** возвращает вершину-представителя множества, к которому принадлежит вершина *n*. Для этого по указателям последовательно переходим к следующему элементу, пока не дойдём до представителя множества (его указатель указывает на него самого).

int Repr(int n)

{

 while (n != mas[n]) n = mas[n];

 return n;

}

Функция ***Union*** объединяет два множества, содержащие вершины *x* и *y*. Сначала находятся их представители – пусть это будут *x*1 и *y*1. Если *x*1 = *y*1, то вершины уже принадлежат одному множеству, и дополнительных действий не требуется. В противном случае указатель представителя *x*1 перенаправляется на *y*1.

void Union(int x,int y)

{

 int x1 = Repr(x),y1 = Repr(y);

 if (x1 == y1) return;

 mas[x1] = y1;

}

Основная часть программы. Изначально каждая вершина указывает сама на себя (mas[*i*] = *i*).

scanf("%d",&n);

for (i = 1; i <= n; i++) mas[i] = i;

Читаем матрицу смежности. Для каждого ребра (*i*, *j*), где *i* < *j*, выполняем объединение множеств, содержащих вершины *i* и *j*.

for (i = 1; i <= n; i++)

for (j = 1; j <= n; j++)

{

 scanf("%d",&value);

 if (i > j) continue;

 if (value) Union(i,j);

}

В переменной *count* подсчитываем количество компонент связности. Это число совпадает с количеством вершин-представителей множеств, то есть тех, которые указывают сами на себя.

count = 0;

for (i = 1; i <= n; i++)

 if (mas[i] == i) count++;

Выводим ответ.

printf("%d\n",count);

**Реализация алгоритма – поиск в глубину**

Объявим рабочие массивы.

#define MAX 102

int g[MAX][MAX], used[MAX];

Функция ***dfs*** выполняет обход графа в глубину, начиная с вершины *v*.

void dfs(int v)

{

 used[v] = 1;

 for (int i = 0; i < n; i++)

 if (g[v][i] && !used[i]) dfs(i);

}

Основная часть программы. Читаем входные данные.

scanf("%d",&n);

for(i = 0; i < n; i++)

for(j = 0; j < n; j++)

 scanf("%d",&g[i][j]);

В переменной *res* подсчитываем количество компонент связности.

res = 0;

Запускаем поиск в глубину на несвязном графе. Каждый запуск функции ***dfs*** начинается с ещё не посещённой вершины, поэтому количество вызовов ***dfs*** совпадает с числом компонент связности графа.

memset(used,0,sizeof(used));

for (i = 0; i < n; i++)

 if (!used[i])

 {

 dfs(i);

 res++;

 }

Выводим ответ.

printf("%d\n",res);

**Java реализация – dfs**

**import** java.util.\*;

**public** **class** Main

{

 **static** **int** *g*[][], *used*[];

 **static** **int** *n*;

 **static** **void** dfs(**int** v)

 {

 *used*[v] = 1;

 **for**(**int** i = 1; i <= *n*; i++)

 **if** (*g*[v][i] == 1 && *used*[i] == 0) *dfs*(i);

 }

 **public** **static** **void** main(String[] args)

 {

 Scanner con = **new** Scanner(System.***in***);

 *n* = con.nextInt();

 *g* = **new** **int**[*n*+1][*n*+1];

 *used* = **new** **int**[*n*+1];

 **for**(**int** i = 1; i <= *n*; i++)

 **for**(**int** j = 1; j <= *n*; j++)

 *g*[i][j] = con.nextInt();;

 **int** res = 0;

 **for**(**int** i = 1; i <= *n*; i++)

 **if** (*used*[i] == 0)

 {

 *dfs*(i);

 res++;

 }

 System.***out***.println(res);

 con.close();

 }

}

**Java реализация – dsu**

**import** java.util.\*;

**public** **class** Main

{

 **static** **int** *mas*[];

 **static** **int** *n*;

 **static** **int** Repr(**int** n)

 {

 **while** (n != *mas*[n]) n = *mas*[n];

 **return** n;

 }

 **static** **void** Union(**int** x,**int** y)

 {

 **int** x1 = *Repr*(x);

 **int** y1 = *Repr*(y);

 **if** (x1 == y1) **return**;

 *mas*[x1] = y1;

 }

 **public** **static** **void** main(String[] args)

 {

 Scanner con = **new** Scanner(System.***in***);

 *n* = con.nextInt();

 *mas* = **new** **int**[*n*+1];

 **for**(**int** i = 1; i <= *n*; i++) *mas*[i] = i;

 **for**(**int** i = 1; i <= *n*; i++)

 **for**(**int** j = 1; j <= *n*; j++)

 {

 **int** val = con.nextInt();

 **if** (i > j) **continue**;

 **if** (val == 1) *Union*(i,j);

 }

 **int** count = 0;

 **for**(**int** i = 1; i <= *n*; i++)

 **if** (*mas*[i] == i) count++;

 System.***out***.println(count);

 con.close();

 }

}

**Python реализация – dsu**

Функция ***Repr*** возвращает вершину-представителя множества, к которому принадлежит вершина *n*. Для этого по указателям последовательно переходим к следующему элементу, пока не дойдём до представителя множества (его указатель указывает на него самого).

**def** Repr(n):

 **while** (n != mas[n]): n = mas[n]

 **return** n

Функция ***Union*** объединяет два множества, содержащие вершины *x* и *y*. Сначала находятся их представители – пусть это будут *x*1 и *y*1. Если *x*1 = *y*1, то вершины уже принадлежат одному множеству, и дополнительных действий не требуется. В противном случае указатель представителя *x*1 перенаправляется на *y*1.

**def** Union(x, y):

 x1 = Repr(x)

 y1 = Repr(y)

 **if** (x1 == y1): **return**

mas[x1] = y1

Основная часть программы. Изначально каждая вершина указывает сама на себя (mas[*i*] = *i*).

n = int(input())

mas = [int(i) **for** i **in** range (n + 1)]

Читаем матрицу смежности. Для каждого ребра (*i*, *j*), где *i* < *j*, выполняем объединение множеств, содержащих вершины *i* и *j*.

**for** i **in** range(1,n + 1):

 lst = [0] + [int(j) **for** j **in** input().split()]

 **for** j **in** range(1, n + 1):

 **if** (i < j **and** lst[j] == 1): Union(i, j)

В переменной *res* подсчитываем количество компонент связности. Это число совпадает с количеством вершин-представителей множеств, то есть тех, которые указывают сами на себя.

res = 0

**for** i **in** range(1, n + 1):

 **if** (mas[i] == i): res += 1

Выводим ответ.

print(res)

**Python реализация – dfs**

Функция ***dfs*** выполняет обход графа в глубину, начиная с вершины *v*.

**def** dfs(v):

 used[v] = 1

 **for** i **in** range(n):

 **if** g[v][i] **and not** used[i]:

 dfs(i)

Основная часть программы. Читаем входные данные.

n = int(input())

g = [[0] \* n **for** \_ **in** range(n)]

used = [0] \* n

**for** i **in** range(n):

 row = list(map(int, input().split()))

 **for** j **in** range(n):

 g[i][j] = row[j]

В переменной *res* подсчитываем количество компонент связности.

res = 0

Запускаем поиск в глубину на несвязном графе. Каждый запуск функции ***dfs*** начинается с ещё не посещённой вершины, поэтому количество вызовов ***dfs*** совпадает с числом компонент связности графа.

**for** i **in** range(n):

 **if not** used[i]:

 dfs(i)

 res += 1

Выводим ответ.

print(res)